

〔研究〕

磁界強度標準のための送受信ループ・アンテナ間挿入損についての集中定数回路モデルによる検討

A Study of Insertion Loss between Small Circular Loop Antennas by Lumped Element Circuit Model for Magnetic Field Standard

古屋 克己 川上 友暉 矢嶋 弘義
K. FURUYA T. KAWAKAMI H. YAJIMA

Small circular Loop antennas with the known loop antenna factor is able to determine the strength of magnetic field for standard. For measurement of loop antenna factor, three-antenna method developed by ETL is available. This method reached the factor by measuring attenuation between the transmitting and receiving antennas. In this paper, we studied insertion loss between the antennas analytically and experimentally. The insertion loss analysis using lumped element circuit model assuming that the measurement system size is extremely small in comparison with wavelength. The condition of improvement on present measurement system for loop antenna factor is derived from analytic and experimental result about characteristics of frequency and distance between transmitting and receiving antennas.

§1 まえがき

当所では、高周波における磁界強度測定の基準となる磁界強度標準¹⁾の確立のため、微小ループ・アンテナを利用した測定技術の研究を行っている。測定方式として、当所で開発された3アンテナ法と、その際定義されたループアンテナ係数を用い、一次標準となるループ・アンテナのループアンテナ係数を決定し、設定した電力を入力し、既知の磁界強度を発生させる方式である。3アンテナ法では、ループアンテナ係数測定システムを構成し、用意した3個のアンテナを2個づつ組み合わせたときの送信・受信アンテナ間の挿入損の測定値から、それらのループアンテナ係数を算出する^{2,3)}。現在、300kHz～30MHzにおける3アンテナ法用ループアンテナ係数測定システムの開発を行っている。

本稿では、このループアンテナ係数測定システム

の設計・構成に必要な条件を、送受信アンテナ間の挿入損測定の見点から、その周波数特性や距離特性について、理論的・実験的に検討する。はじめに、基本的な集中定数回路を用いて、磁界の発生と受信についての理論的背景を明らかにし、続いて、実際に微小ループ・アンテナを用いた場合の挿入損と周波数及び送受信アンテナ間距離との関係を測定し、理論との比較検討を行った。

§2 理論

今、ループ・アンテナのループ形状が円であり、その周長が波長に比べて充分小さく、ループ上を流れる電流は、周に沿って一様で同位相とみなせるものとする。このような二つの微小円形ループを送信ならびに受信アンテナとして同軸的に正対するように配置した場合を考える (Fig.1)。

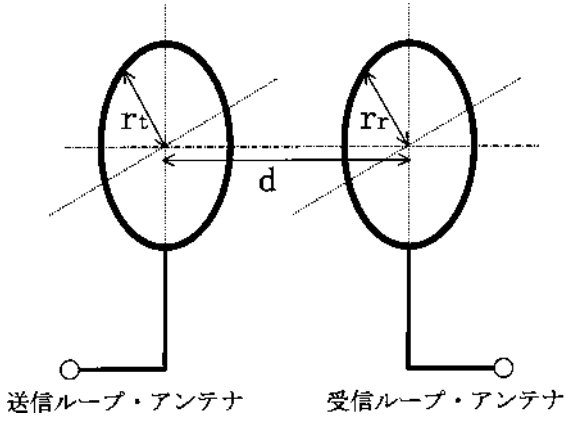


Fig.1 送受信アンテナ系

2.1 微小円形ループアンテナによる磁界強度

受信ループ面における平均磁界 H_{av} は，送信ループの上に流れる電流 I_t から，次のように表される^{4,5)}。これは， I_t により生じた，受信ループと鎖交する磁束を，受信ループの面積と透磁率で除したものである。

$$\mathbf{H}_{av} = \frac{I_t r_t}{\pi r_r} \int_0^\pi \frac{e^{-j\beta R}}{R} \cos \phi d\phi \quad (1)$$

$$R = \sqrt{d^2 + r_t^2 + r_r^2 - 2r_t r_r \cos \phi}$$

r_t, r_r : 送信ループ，受信ループの半径

d : 送受信ループ・アンテナ間距離

β : 自由空間中の位相定数

ここで， βR は波源と観測点の間の位相遅延を表す。また， H_{av} は，送信ループの面積 S_t を用いて次のように表せる。

$$\mathbf{H}_{av} = I_t S_t \cdot \mathbf{k}(r_t, r_r, d) e^{-j\beta R_0} \quad (2.1)$$

$$S_t = \pi r_t^2, \quad R_0 = \sqrt{r_t^2 + r_r^2 + d^2}$$

ここで， \mathbf{k} は厳密に無限級数で表される複素数であり（文献(5)，eq.(24)），その大きさを K とおくと，

$$|\mathbf{H}_{av}| = |I_t| S_t K(r_t, r_r, d) \quad (2.2)$$

上式の K は， βR_0 についての高次項を切り捨てて，以下のように近似できる⁵⁾。

$$K(r, r_r, d) \cong \frac{1}{2\pi R_0^3} \left[1 + \frac{15}{8} \left(\frac{r r_r}{R_0^2} \right)^2 + \frac{315}{64} \left(\frac{r r_r}{R_0^2} \right)^4 \right] (1 + \beta^2 R_0^2)^{1/2} \quad (3.1)$$

但し，(3.1)式の持つ近似誤差は，下式が満足される時1%未満とされる⁵⁾。

$$\frac{1}{\beta} \geq R_0 \geq 4\sqrt{r_t r_r} \quad (3.2)$$

(2.2)式より，送信ループ上電流と受信平均磁界の大きさは， K により関係付けられることが分かる。 K は，微小円形ループ・アンテナを用いた送受信の特性を表すための基本的な関数である。

2.2 集中定数回路モデルによる送受信アンテナ間挿入損

2.2.1 挿入損の解析

送受信アンテナ間の挿入損の計算による導出においては，厳密には，前節で述べたように，電磁波伝搬による位相遅延を考慮する必要がある。しかし，本節では，磁界測定のための送受信アンテナ系（Fig.1）の大きさが波長に比べて充分小さいと考え，これを集中定数回路によって近似的に表現する。この場合，送信ループに流れる電流に対し，その電流が送信もしくは受信ループの位置に作る磁界が持つ位相遅延は考慮されず，それらの結合は，インダクタンスによって表現できる。

$$\Phi_{tt} = L_t i_t \quad (4.1)$$

(L_t : 送信ループの自己インダクタンス)

$$\Phi_{rr} = L_r i_r \quad (4.2)$$

(L_r : 受信ループの自己インダクタンス)

$$\Phi_{tr} = M i_t \quad (4.3)$$

(M : 送受信ループ間の相互インダクタンス)

ここで， i_t, i_r は，それぞれ送信ループ，受信ループ上を流れる電流であり， Φ_{tt}, Φ_{rr} は，それぞれ送信ループ上の電流が自身のループ，受信ループと鎖交するように作る磁束， Φ_{tr} は受信ループが自身のループと鎖交するように作る磁束である。

Fig.2 に，回路モデルを示す。 R_g は発信器の内部イ

インピーダンス, R_{lt} , R_{lr} はそれぞれ送信, 受信ループ・アンテナの内部装荷インピーダンス, R_L は受信器の負荷インピーダンスであり, どれも純抵抗と仮定する。 v_g は発信器の電圧である。ループ上を流れる電流による損失及び内部インダクタンスは微小と考慮して無視している。 M, L_t, L_r の導出⁶⁾については付録1に示した。

以下に, このモデルによる挿入損失特性について考察する。Fig.2より, 送信系および受信系を流れる電流 i_t, i_r は,

$$i_t = \frac{R_r + j\omega L_r}{(R_t + j\omega L_t)(R_r + j\omega L_r) + \omega^2 M^2} \cdot v_g \quad (5.1)$$

$$i_r = - \frac{j\omega M}{(R_t + j\omega L_t)(R_r + j\omega L_r) + \omega^2 M^2} \cdot v_g \quad (5.2)$$

ここで, $R_t = R_g + R_{lt}$, $R_r = R_L + R_{lr}$ である。また, 発信器と受信器を直結した場合の電流は,

$$i_0 = \frac{1}{R_g + R_L} \cdot v_g \quad (6)$$

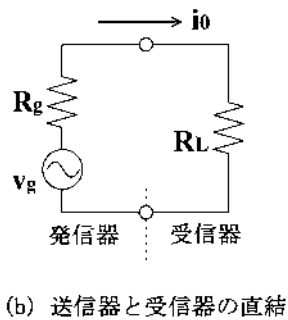
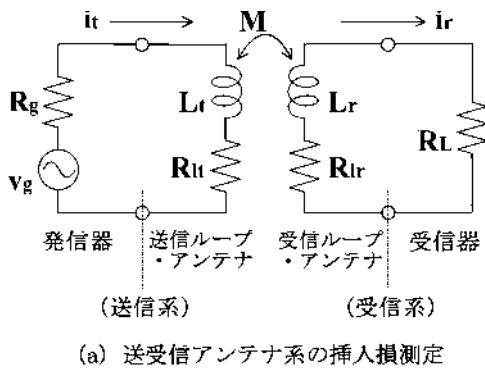


Fig.2 挿入損失測定系の集中定数回路モデル

となり, 送受信ループ・アンテナ間の挿入損失は, これら二つの場合の受信器における電力の比として, (5.2), (6)式から,

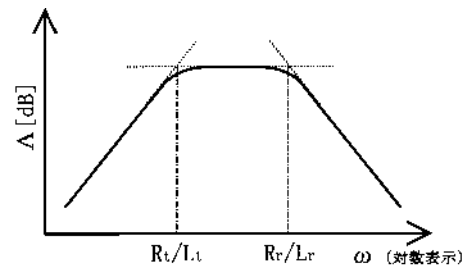
$$A = -10 \log \frac{R_L |i_r|^2}{R_L |i_0|^2} = -20 \log \left| \frac{i_r}{i_0} \right| \quad (7.1)$$

$$= 10 \log \frac{\{R_t R_r + \omega^2 (M^2 - L_t L_r)\}^2 + \omega^2 (R_t L_r + R_r L_t)^2}{\omega^2 M^2 (R_g + R_L)^2} [\text{dB}] \quad (7.2)$$

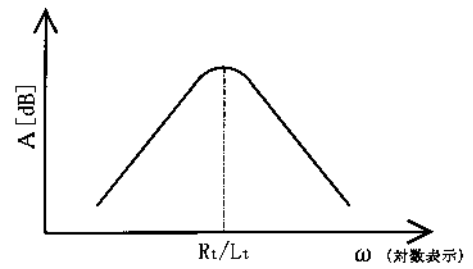
として導ける。

2.2.2 挿入損失の周波数特性

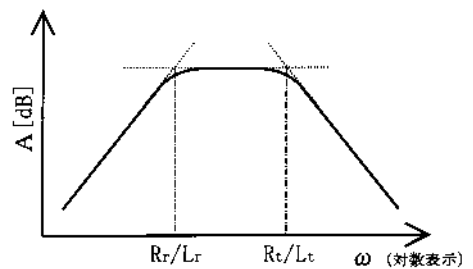
本稿では, 送受信ループ・アンテナ間の挿入損失の周波数に対する振る舞いを, 定性的に考察する。まず, 前節で導いた(7.2)式による周波数特性を Fig.3 に示す。この特性について以下に説明する。



(a) $R_t/L_t < R_r/L_r$ の場合



(b) $R_t/L_t = R_r/L_r$ の場合



(c) $R_t/L_t > R_r/L_r$ の場合

Fig.3 ループ・アンテナ間挿入損失の周波数特性

今，送信系と受信系の結合が非常に小さい ($M^2 \ll L_t L_r$) と仮定すると，(5.1)式より，送信系を流れる電流 i_t は，

$$i_t = - \frac{R_r + j\omega L_r}{R_t R_r + j\omega(R_t L_r + R_r L_t) - \omega^2 L_t L_r \left(1 - \frac{M^2}{L_t L_r}\right)} \cdot v_g$$

$$\approx \frac{v_g}{R_t + j\omega L_t} \quad (8.1)$$

ゆえに

$$|i_t| \approx \frac{|v_g|}{\sqrt{R_t^2 + (\omega L_t)^2}} \quad (8.2)$$

次に受信側ループにおいては，送信側ループを流れる電流 i_t によって作られる磁束 Φ_m が鎖交することにより，起電力 v_r が発生する。よって，受信系は，Fig.4 のように表せる。ここで，相互インダクタンスの定義に従い(4.3)式より，

$$v_r = \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = j\omega M i_t \quad (9.1)$$

ゆえに

$$|v_r| = \omega M |i_t| \quad (9.2)$$

次に，上記のように振る舞う起電力 v_r を持つ受信系における電流 i_r は，(5.1)，(5.2)式より，

$$i_r = - \frac{j\omega M}{R_r + j\omega L_r} \cdot i_t \quad (10.1)$$

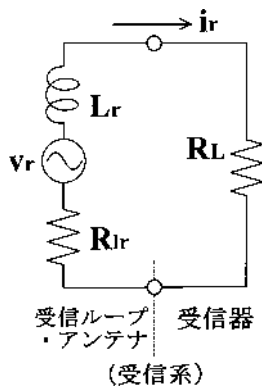


Fig.4 受信ループ・アンテナに生ずる誘起起電力

ゆえに，

$$|i_r| = \frac{\omega M}{\sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2}} \cdot |i_t| \quad (10.2)$$

上式と(9.2)式より，

$$|i_r| = \frac{|v_r|}{\sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2}} \quad (11.1)$$

ここで，(8.1)，(9.2)式より，

$$|v_r| \approx \frac{\omega M}{\sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2}} \cdot |v_g| \quad (11.2)$$

(11.1)，(11.2)式から，結局，

$$|i_r| \approx \frac{1}{\sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2}} \cdot \frac{\omega M}{\sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2}} \cdot |v_g| \quad (12.1)$$

今， v_g の大きさを不変であるとすれば，(6)式より i_0 も不変なので，(7.1)式から，Fig.3に示したAの特性は，上式で示される $|i_r|$ の特性であると言える。以下に，(12)式に示される $|i_r|$ の周波数特性について，概観する。

ここで，

$$\frac{\omega M}{\sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2}} = B_t, \quad \frac{1}{\sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2}} = C_r$$

とおくと，(12)式は，

$$|i_r| \approx C_r \cdot B_t \cdot |v_g| \quad (12.2)$$

と書き直され， v_g の大きさが不変なら， $|i_r|$ の周波数特性は， B_t と C_r の積の周波数特性により説明されることが分かる。

。： B_t の周波数特性について

v_g の大きさが不変なら，(11.2)式より， $|v_r|$ は B_t に比例する。 ω が充分小さい場合 ($R_r^2 \gg (\omega L_r)^2$) においては， $B_t \approx \frac{\omega M}{R_r}$ であり， B_t は ω に比例する特性となる。また， $R_r^2 = (\omega L_r)^2$ を満足する周波数を隔てて， ω が充分大きくなれば ($R_r^2 \ll (\omega L_r)^2$)， $B_t \approx \frac{M}{L_r}$ となり，周波数に依存せず一定値を保つ特性となる。従って B_t の周波数特性は Fig.5 のようになる。

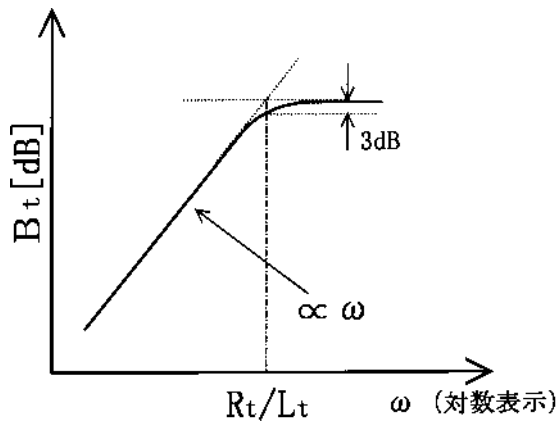


Fig.5 B_t の周波数特性

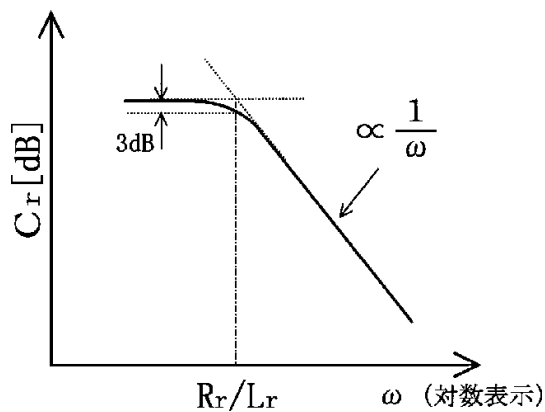


Fig.6 C_r の周波数特性

「: C_r の周波数特性について

C_r は、 v_r に負荷されるアドミタンスの大きさである。 ω が充分小さい場合 ($R_r^2 \gg (\omega L_r)^2$) においては、 $C_r \approx \frac{1}{R_r}$ となり周波数に依存せず一定値を保つ。

$R_r^2 = (\omega L_r)^2$ を満足する周波数を隔てて、 ω が充分大きくなれば ($R_r^2 \ll (\omega L_r)^2$)、 $C_r \approx \frac{1}{\omega L_r}$ となり、 C_r は ω に反比例する特性となる。従って C_r の周波数特性は Fig.6 のようになる。

以上、「で述べた周波数特性を持つ B_t (Fig.5)、 C_r (Fig.6) の積として、 A の周波数特性が説明される。

§3 実験

3.1 ループアンテナ・実験装置

実験に使用したループ・アンテナの構造をFig.7に

示す。アンテナ全体は特性インピーダンスが 50 の 3.58mm 径セミリジド・ケーブルにより作られている。ループ径は100mmである。アンテナは、ベークライト製の支持台と支柱に固定されて使用され、支持台にはアンテナの高さや左右の位置の微調整機構、および回転機構が付けられている。一方の支持台は、送受信アンテナ間距離 d を可変とするために移動でき、必要な位置に固定できる。実験は、そのような位置決め装置を用いて、送受信アンテナを同軸的に正対させて行われた。送受信アンテナ間距離の測定には、位置決め装置 (最小目盛り0.01mm) による読みを採用した。

実験回路をFig.8に示す。一方のアンテナを送信アンテナとし、他方のアンテナを受信アンテナとしたときの送信アンテナ入力端子から受信アンテナ出力端子までの挿入損 ($-20 \log |S_{21}|$ [dB]) を測定した。 $|S_{21}|$ の測定には、ANA (オートマチック・ネットワーク・アナライザ (横河ヒューレット・パッカード (株) NETWORK ANALYZER HP3577A, S-PARAMETER TEST SET HP35677A)) を用い、周波数掃引範囲を100kHz から200MHz、IFフィルタの帯域幅 (RES BW) を1kHz、掃引時間 (SWEEP TIME) を1秒とし、アベレージ係数 (AVG) を256として512回アベレージングを行った後の測定値を3つ取得し、これらの平均を用

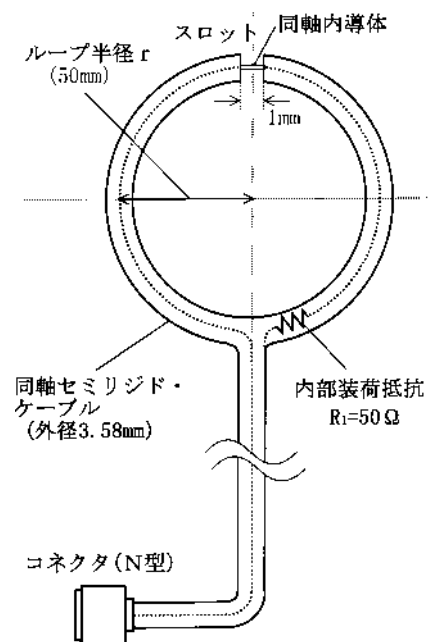


Fig.7 ループ・アンテナの構造

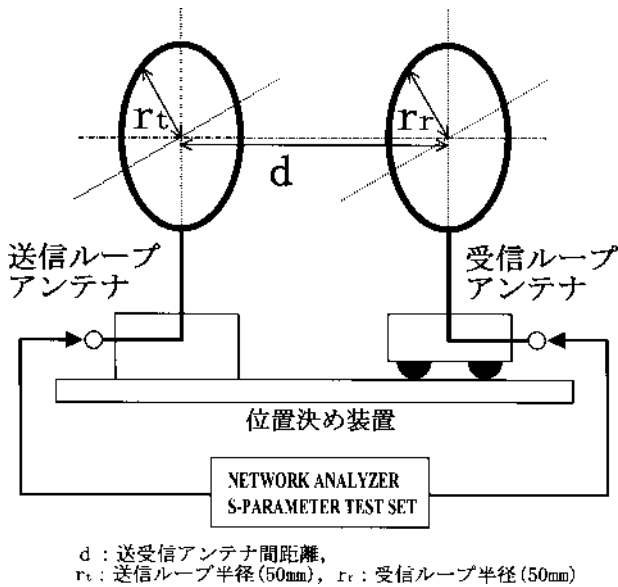


Fig.8 実験回路

いた。全ての測定では、事前にスルー接続によるレスポンス校正⁷⁾ (NORMALIZE) を行った。

3.2 周波数特性の測定

送受信ループ・アンテナ間距離をパラメータとした送受信アンテナ間挿入損の周波数特性の測定結果を Fig.9 に示す。ループ間の距離は 20, 30, 40cm とした。計算値 ((7)式) も同時に示した。計算では、 R_g , R_{lt} , R_{lr} , R_L を 50 とし、 L_t , L_r , M は付録 1 に従って

求めた。計算値は、Fig.3(b) に示した周波数特性に従っていることが分かる。Fig.9 は、測定値と計算値の周波数特性の傾向が概ね一致する事を示している。周波数がおよそ 1MHz から 30MHz の範囲での詳細な比較では、送受信アンテナ間距離に関わらず、測定値と計算値の差は、0.25dB を越えず、ほぼ一定していることが確認されている。この周波数範囲について、今回の 100mm 径ループ・アンテナを用いた測定系に対し、送受信アンテナ間距離 $d=20 \sim 40$ cm における、集中定数回路モデルを用いた解析による妥当性を確認した。同モデルは測定システムの設計のための有効な手段の一つであることが分かった。

しかし、Fig.9 から分かるように、周波数がより低い範囲と高い範囲とで、測定値が不規則的に変化している。100kHz, 300kHz, 100MHz, 200MHz における測定値と計算値の差は、送受信アンテナ間距離 $d=20$ cm において、それぞれ、ほぼ 1.0dB, 0.3dB, 0.9dB, 2.0dB, $d=30$ cm においては、3.0dB, 0.3dB, 1.3dB, 4.0dB, $d=40$ cm においては、1.0dB, 0.7dB, 3.0dB, 6.0dB であった。

周波数が低い場合の測定値の不規則的な変化は、挿入損が比較的大きくなっているために、この測定値の大きさに比して受信器のノイズが無視できなくなったことが主たる原因と思われる。その他、周波数がより低くなる程、計算値から離れる特性を持つことも観測される。これについて考えられる原因と

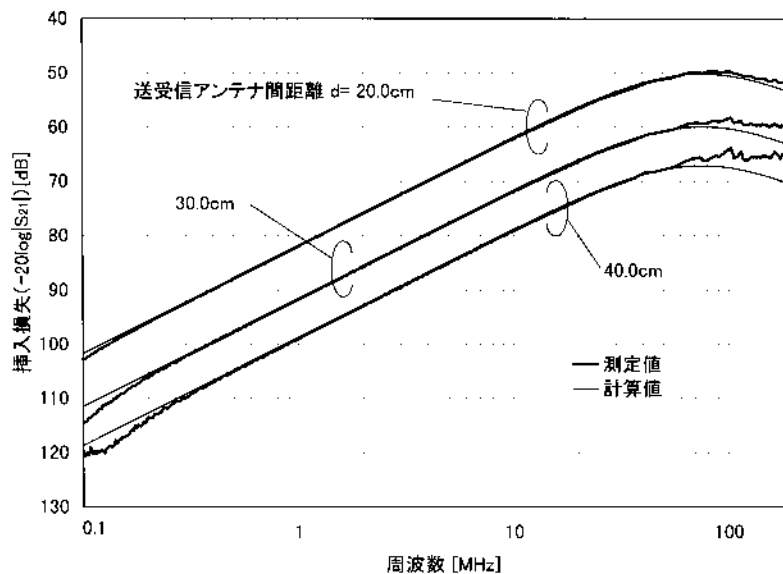


Fig.9 挿入損失量の周波数特性

しては、ANAの測定誤差や、やはり挿入損が大きいために測定回路系のRFの漏れによる影響（発振器と受信器間でアンテナをバイパスした信号による影響）が無視できなくなったことが考えられる。測定挿入損が大きい程その離れる傾向が大きいので、後者の影響による傾向⁸⁾とは一致する。

一方、周波数の高い方での不規則的变化は、測定系周辺の散乱体による反射等、いろいろな経路を経た信号の干渉および信号の多重反射が考えられる。測定挿入損は比較的小さい（測定値 $|S_{21}|$ は比較的大きい）ので、周波数が低い方では大きいと考えられる前記の測定回路系のRFの漏れによる影響は、小さいであろう。この不規則的变化の傾向は、特に50MHz付近を越える周波数範囲で顕著である。他に、外部からの電磁波の（特に放送用周波数帯における）影響も考えられる。これについては、詳細は示さないが、送信を止めたときの測定値（外部到来波のみの受信レベル）を確認し、本測定系の分解能の程度と比較した結果、少なくとも主たる原因ではないと推定した。

また、周波数が100MHzを越えるあたりから、計算値と測定値が一致しなくなる傾向が見られるが、これは、2.2節で述べた集中定数回路による近似が高周波において成り立たなくなるためと思われる。

以上とは別に、測定回路のケーブル内の多重反射による影響が考えられる。多重反射は、測定器とアンテナを結ぶケーブルやアンテナ内部で起こり得るが、集中定数回路モデルでは、その影響を考慮できない。本測定結果ではこの影響は明確に示されていないが、これは、仮に多重反射の影響が存在したとしても、上述のRFの漏れや周辺散乱の影響がより大きく、これに隠されている可能性がある。上述の影響についての対策を行って測定精度が向上すれば、多重反射の影響は当然顕在化するであろうと思われる。多重反射の影響は周波数に対して比較的規則性を持ち、特定の際には有力な判断材料となる。尚、測定器とアンテナを結ぶケーブル内での多重反射について、最近のANAでは、その原因となるような信号源や負荷との整合についての影響等も考慮する誤差補正手段が提供されている（フル2ポート法等⁷⁾）。

3.3 送受信アンテナ間距離特性の測定

送信及び受信ループ・アンテナ（の設計パラメータ）が決定され、自由空間中に送受信ループしか存在せず、それぞれが周辺散乱体から影響を受けていない理想的な場合には、アンテナの特性（アンテナ・インピーダンス）は不変である。この時、ループ・アンテナの3アンテナ法に基づけば、

$$\frac{|S_{21}|}{K} = const. \quad (13)^3$$

が云える。ここで、 K については2.1節に述べた。 K は、送受信アンテナ間距離 d に依存するが、(13)式は $|S_{21}|/K$ が d に関わらず一定値を保つことを意味している。従って、 d をパラメータとして、測定によって得られた受信磁界の大きさが、(13)式を必要な精度で満足するならば、これは、(13)式の左辺が d に依存する主たる原因である周辺散乱体の影響が無視できる⁴⁾状態で、磁界を測定し得ることを示す。

Fig.10に(13)式の実験の結果をdBで示す。これは、各送受信アンテナ間距離（ $d=20,25,30,35,40,45,50,55,60$ cm）における $-20 \log(|S_{21}|/K)[dB]$ の値から、 $d=20$ cmにおける $-20 \log(|S_{21}|/K)[dB]$ を差し引いた、距離に依る変化分を示してある。 $|S_{21}|$ の測定は、前節と同様に行った。

Fig.10は、周波数30MHz付近が最もよく(13)式を満足することを示す。これは、周辺散乱体の影響があったとしても、送受信アンテナ間の直接伝搬による結合に比べて小さい事を示す。30MHz付近以外の

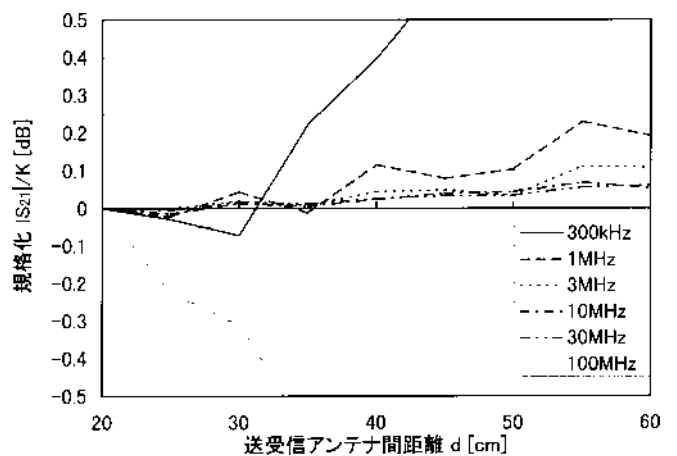


Fig.10 $|S_{21}|/K$ の送受信アンテナ間距離依存性

周波数では、より低い周波数において(13)式からの逸脱が大きい、これは、前節でも述べたように、アンテナ間距離が大きくなるほど、また、周波数が低い程、挿入損が大きくなり、測定器の測定限界に近付くことになるため、受信器のノイズが主な原因と思われる。これとは別に、より高い周波数では、周辺散乱体の影響等が推測される。しかし、最も良好な30MHzでは、 $|S_{21}|/K$ がおよそ $\pm 0.025\text{dB}$ の範囲に収まる d の範囲として $d=20\sim 50\text{cm}$ を見出した。また3, 10MHzでは、 $\pm 0.025\text{dB}$ に収まる範囲として $d=20\sim 40\text{cm}$ 、1MHzでは、 $\pm 0.05\text{dB}$ の範囲として $d=20\sim 40\text{cm}$ であった。

以上より、本実験の条件下では周波数30MHz近傍の周波数が他の周波数帯に比較して、周辺散乱の影響を受け難いことが分かった。今後、アンテナ測定系について上記の種々な影響を実験的に定量的に検討し、対策し、評価していく必要があるが、以上の結果は、周辺散乱の影響は3次元的で扱い難いことを考慮すると、その研究は、30MHz近傍の周波数から始めていくのが、最良の手順・方法であることを示唆している。

§4 むすび

磁界強度測定の基準となる磁界強度標準の開発には、ループアンテナ係数測定システムが必要で、そのシステムの設計・構成に必要な条件を得るために、集中定数回路による近似回路を用いて、送受信アンテナ間の挿入損の観点から、その特性を理論的・実験的に検討した。実験は100mm径ループアンテナを用いて行い、計算値と実験値の比較検討の結果、つぎの点が明らかになった。

- アンテナ間距離が20～40cm、周波数1～30MHzの条件下では、集中定数近似回路が妥当性を持ち、システム設計に有効な手段として利用できる。
- 周辺散乱はアンテナ間距離特性に強く影響し、また空間的でその影響は扱いが困難であることを考慮すると、アンテナ測定系について種々な不確かさの原因の影響を実験的に定量的に検討していくためには、その研究は30MHz近傍の周波数から始めていくのが、最良の手順・方法で

あることが分かった。

今後は、この結果を踏まえて、300mm径や600mm径ループアンテナについても検討を行い、測定システムの設計、試作を行う。

謝辞

有益な御討論を頂いた当所高周波計測ラボの岡野好伸、アントン・ウィダルト両氏に感謝します。

参考文献

- 1) 産業計測標準委員会，“JIMS技術基準 No.1-1976”，（財）日本産業技術振興会
- 2) 計測自動制御学会誌 Vol. 33, No. 12, pp.1038-45, Dec. 1994 .
- 3) IEEE Trans. VOL. IM-23, NO. 3, pp.217-221, Sep. 1974.
- 4) 計測技術マニュアル編集委員会編，“電磁波計測技術ガイドブック”安全問題研究会発行 .
- 5) J. Res. Nat. bur. Stand., vol. 71C, No. 4, pp.319-326, Oct.-Dec. 1967.
- 6) 後藤，山崎，“詳解電磁気学演習”，共立出版（株）
- 7) 日本ヒューレット・パカード（株），Application Note 1287-3 .
- 8) 川上，Singh，電気学会計測研究会資料 IM-98-32 .
- 9) シェルクノフ著，森脇訳，“電磁波論”，岩波書店，1954 .

（2000.1.31受付）

付 録

付録 1⁶⁾

半径 r_1, r_2 の二つの円形コイルが中心距離 d を隔てて、同軸的に正対させてあるときの相互インダクタンス M は、Neumann の公式から厳密に求められ、下式となる。

$$M = \mu_0 \sqrt{r_1 r_2} \left\{ \frac{2}{k} - k \right\} K(k) - \frac{2}{k} E(k)$$

$$k^2 = \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 + d^2} \quad (\text{A1.1.1})$$

ここで、 $K(k), E(k)$ はそれぞれ第一種、第二種の完全楕円積分を表し、下式で表される。

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (\text{A1.1.2})$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$$

次に、半径 a の断面を持つ、透磁率 μ 、平均半径 r の円環状導体の自己インダクタンス L について述べる。 L は内部インダクタンス L_i と外部インダクタンス L_e の和として表される。

$$L = L_i + L_e \quad (\text{A1.2.1})$$

内部インダクタンスは、 r が a に比べて充分大きく、この導体に流れる電流が断面に一様に分布するとすれば、下式となる。

$$L_i = \frac{\mu r}{4} \quad (\text{A1.2.2})$$

外部インダクタンスについては、電流が導線の中心線 C に集中していると考え、これが作る磁束が環の内側の周 C' と鎖交すると考えれば良く (Fig.A1)、これは C と C' 間の相互インダクタンスを求めることと等価である。従って、(A1.1)式において、 $r_1=r, r_2=r-a, d=0$ とすればよい。結果の近似式についても以下に示す。

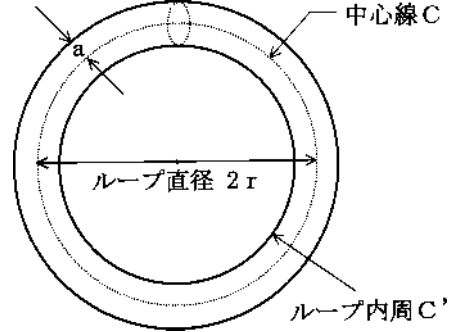


Fig.A1 円形コイル

$$L_e \approx \mu_0 r \left(\ln \frac{8r}{a} - 2 \right) \quad (\text{A1.2.3})$$

前述したNeumannの公式は、定常電流によって作られる界に対して適用されるので、これより求められた上述のインダクタンス量を用い集中定数回路モデルにより行った本文 2.2節の解析は、準静近似 (準定常電流近似) を前提としている。これは、電束密度の時間変化分を無視することに相当し、観測点が波源の極近傍にあるとき、妥当となる。

付録 2

本文(13)式を，本文 2.2 節で行った集中定数回路モデルにより評価する。

付録 1 のような準静近似を行わずに，送受信ループ間の結合を表したものが，本文(1)式であり，この場合は，波源と観測点の間の位相遅延が考慮される。今，本文(1)式を本文(4.3)式にならって以下のように書き直してみる。

$$\mu_0 \mathbf{H}_{av} S_r = \dot{m} \mathbf{I}_t \quad (\text{A2.1})$$

ここで，

$$\dot{m} = \mu_0 r_t r_r \int_0^\pi \frac{e^{-j\beta R}}{R} \cos \phi d\phi \quad (\text{A2.2.1})$$

本文(2.1)式に示した k を用いて表すなら，

$$\dot{m} \equiv \mu_0 S_t S_r k e^{-j\beta R_0} \quad (\text{A2.2.2})$$

この \dot{m} は，複素数で表される量である。A(2.2.1)式は，送信ループ上を流れる電流 I_t （ループ上で一様，同位相）がつくるベクトル・ポテンシャルを受信ループに沿って線積分したものを， I_t で除したものであることを示しており， $j\omega \dot{m}$ は微小ループ間の相互インピーダンス⁹⁾と等価である。相互インピーダンスの実部は相互放射抵抗，虚部は相互リアクタンスである。周波数が低くなるに連れ，あるいはループ間の距離が小さくなるに連れて，相互リアクタンス（を ω で除したもの）が相互インダクタンスに近づく。微小ループの自己インピーダンスが，相互インピーダンスと同じ手続きによって導出し得ることは，インダクタンスの場合と同様である。

さて，集中定数回路モデルを用いて導出した挿入損を表す本文(7.2)式より， $|S_{21}|$ を以下のようにおく。

$$|S_{21}| = \frac{\omega M (R_g + R_L)}{\sqrt{\{R_t R_r + \omega^2 (M^2 - L_t L_r)\}^2 + \omega^2 (R_t L_r + R_r L_t)^2}} \quad (\text{A2.3})$$

また，周波数が十分に低い（波長が十分に大きい）なら，(A2.2.2)式より，

$$\begin{aligned} j\omega \dot{m} &\equiv j\omega \mu_0 S_t S_r k (\cos \beta R_0 - j \sin \beta R_0) \\ &\approx j\omega \mu_0 S_t S_r k \quad (\beta R_0 \approx 0) \end{aligned} \quad (\text{A2.4})$$

前述のように，周波数が十分に低い場合の相互インピーダンスの虚部（を ω で除したもの）は，相互インダクタンスに近似できる。また， $\beta R_0 \approx 0$ の時， $k \approx |k|$ が云える（文献(5)，eq.(24)）ので，本文(3.1)式に示した K を用いて，(A2.4)式より，

$$M \approx \mu_0 S_t S_r K \quad (\text{A2.5.1})$$

ゆえに，

$$K \approx \frac{M}{\mu_0 S_t S_r} \quad (\text{A2.5.2})$$

(A2.3)式を，(A2.5.2)式で除せば，

$$\frac{|S_{21}|}{K} \approx \frac{\omega \mu_0 S_t S_r (R_g + R_L)}{\sqrt{\{R_t R_r + \omega^2 (M^2 - L_t L_r)\}^2 + \omega^2 (R_t L_r + R_r L_t)^2}} \quad (\text{A2.6})$$

送受信アンテナ間の結合が非常に小さい（ $M^2 \ll L_t L_r$ ）ならば，

$$\frac{|S_{21}|}{K} \approx \frac{\omega \mu_0 S_t S_r (R_g + R_L)}{\sqrt{(R_t R_r - \omega^2 L_t L_r)^2 + \omega^2 (R_t L_r + R_r L_t)^2}} \quad (\text{A2.7})$$

M は送受信アンテナ間距離 d に依存するので，(A2.7)式より，周波数とアンテナ設計パラメータが決まれば，本文(13)式に示されているように， $|S_{21}|/K$ は M 即ち d に依存せず一定である事が分かる。また，送受信アンテナ間距離が極めて小さくなるなどして $M^2 \ll L_t L_r$ の条件が満たされない場合は，(A2.6)式より， $|S_{21}|/K$ が d に依存し，本文(13)式が不成立となり得る事も分かる。